



MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. [3,25 PUNTOS] Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 2y + mz & = m - 1 \\ x + (m+1)y + (2m+1)z & = m \\ -x - 2y + z & = 2 \end{cases} \quad , \quad m \in \mathbf{R}.$$

Estúdialo para los distintos valores del parámetro m y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones).

2.

- a) [1,75 PUNTOS] Determina los valores de a y b para que la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - x - a}{b \operatorname{sen}(x^2)} & \text{si } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

sea continua en $x = 0$.

- b) [1,75 PUNTOS] Determina la función $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ que verifica

$$g(0) = 1, \quad g'(0) = 3 \quad \text{y} \quad g''(x) = (2+x)e^x + 2 \quad \text{todo } x \in \mathbf{R}.$$

3.

- a) [1,25 PUNTOS] Sean \vec{u} y \vec{v} dos vectores ortogonales y de módulo 1. Halla los valores del parámetro a para que los vectores $\vec{u} + a\vec{v}$ y $\vec{u} - a\vec{v}$ formen un ángulo de 60° .

- b) [1 PUNTO] Halla un vector \vec{z} de módulo 1 y que sea ortogonal a los vectores $\vec{x} = (1,2,1)$ e $\vec{y} = (0,1,1)$.

- c) [1 PUNTO] Justifica si es verdadera o falsa la afirmación siguiente. Si la consideras falsa, pon un ejemplo ilustrativo.

“Si $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ son tres vectores no nulos que cumplen $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$, entonces $\vec{b} = \vec{c}$ ”

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Considera las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} m-1 & 1 & 0 \\ m-1 & m+2 & 2 \\ m-1 & m+2 & m+1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \text{donde } m \in \mathbf{R}.$$

a) [1,25 PUNTOS] Determina para qué valores del parámetro m la matriz A es regular (invertible).

b) [1 PUNTO] Para $m = 1$, calcula la matriz X que cumple $X - B^2 = AB$.

c) [1 PUNTO] Para $m = 1$, estudia si el sistema $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix}$ tiene solución. En caso afirmativo, calcula su solución.

2.

a) [1,25 PUNTOS] Sea $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una función derivable en todos los puntos tal que $f(2) = 0$ y $f'(2) = -3$. Considera la función $h(x) = e^{f(x)} + x \cos(f(x)) + (f(x))^2$. Calcula razonadamente $h'(2)$.

b) [1,25 PUNTOS] Determina si la función $g(x) = \frac{1}{1+|x|}$ es derivable en $x = 0$.

c) [1 PUNTO] Justifica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Si consideras que es falsa, pon un ejemplo ilustrativo.

“Si $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ es una función con $f'(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$ entonces la función f no es continua.”

3. Considera los planos

$$\pi_1 \equiv 2x - y + z = 3$$

$$\pi_2 \equiv x - y + z = 2$$

$$\pi_3 \equiv 3x - y - az = b$$

donde $a, b \in \mathbf{R}$.

a) [1,25 PUNTOS] Determina el valor de los parámetros a y b para que los planos se corten en una recta r .

b) [1 PUNTO] Calcula unas ecuaciones paramétricas de la recta r .

c) [1 PUNTO] Halla una ecuación general del plano π que contiene a la recta r y que pasa por el punto $Q = (2,1,3)$.